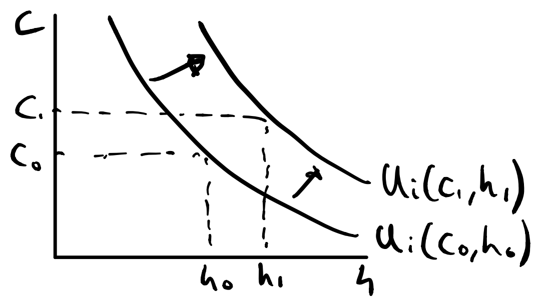
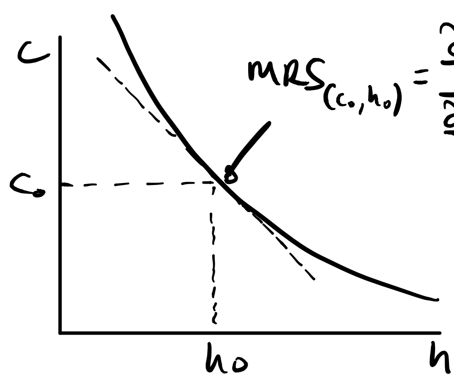
Problema del consumidor:

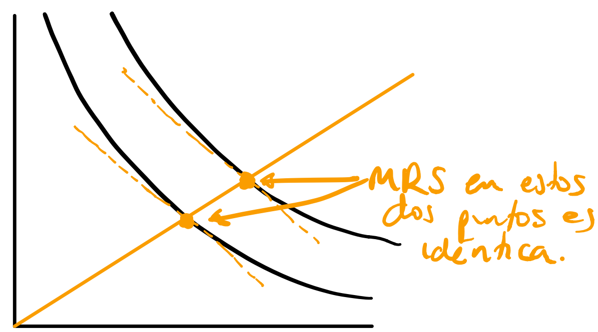
- En la economía hay I individuos, $i \in \{1, \dots, I\}$.
- Consumidores derivan utilidad: – bien final c
  – ocio h.
- La función de utilidad $u_i(c, h)$
- u_i satisface: – diferenciable
  – monótona creciente
  – cuasicóncava.





$$MRS_{(c_0,h_0)} = \frac{\frac{\partial u(c_0,h_0)}{\partial h}}{\frac{\partial u(c_0,h_0)}{\partial c}}$$

Adicionalmente, ciertas formas funcionales que vamos a usar (Cobb-Douglas, CES) son homotéticas.



- Dotaciones: – H_i unidades de tiempo disponibles para:
  ① ocio h ② trabajo ℓ
  – θ_{ij} acciones en la empresa $j \in \{1, \dots, J\}$.
  $0 \leq \theta_{ij} \leq 1$, $\sum_{i=1}^{I} \theta_{ij} = 1$.
- Ganancias de las firmas se reparten entre sus accionistas

- Los hogares no influyen en las decisiones de la firma.

Problema del consumidor:

$$\max_{c,h,n} \; u_i(c,h) \quad \text{s.a.}$$

- $h+n = H_i$ ← restricción de tiempo
- $pc = \underbrace{wn}_{\text{ingresos laborales}} + \underbrace{\sum_j \theta_{ij}\,\pi_j^*(w,p)}_{\text{ingresos de capital/no laborales}}$ ← restricción presupuestal.

Ej: hay 2 firmas y el individuo 1 tiene: $\theta_{11} = 0.2$, $\theta_{12} = 0.5$

$$\Rightarrow \; pc = \underbrace{wn}_{\text{ingresos laborales}} + \underbrace{\underbrace{0.2}_{20\%}\,\underbrace{\pi_1^*(w,p)}_{\text{ganancias firma 1}} + \underbrace{0.5}_{50\%}\,\underbrace{\pi_2^*(w,p)}_{\text{ganancias firma 2.}}}_{\text{ingresos no laborales.}}$$

- No hay ahorro porque es un modelo de un solo periodo.

De la restricción de tiempo: $n = H_i - h$

$$\Rightarrow \; pc = w(H_i - h) + \sum_j \theta_{ij}\,\pi_j^*(w,p) \quad \leftarrow \text{restricción presupuestal}$$

$$\Rightarrow \; \underbrace{pc + wh}_{\text{valor de mercado de la canasta de consumo.}} = \underbrace{wH_i + \sum_j \theta_{ij}\,\pi_j^*(w,p)}_{\text{Riqueza}}$$

θ_{ij} : acciones en la firma j.

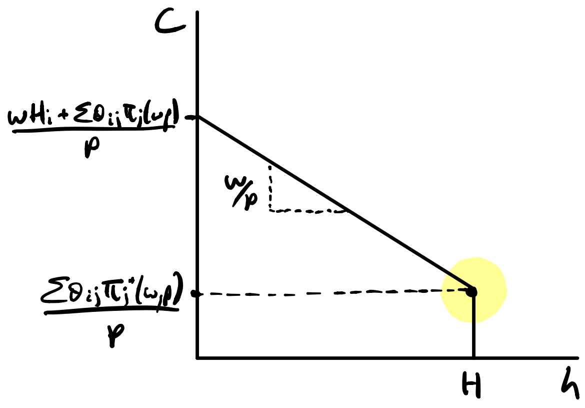
Riqueza → independiente de las acciones del individuo.

valor de mercado de los recursos con los que cuenta el individuo.

w: precio del ocio / costo de oportunidad del ocio.

$$\max_{c,h} \; u_i(c,h) \quad \text{s.a.} \quad pc + wh = wH_i + \sum_j \theta_{ij}\,\pi_j^*(w,p)$$

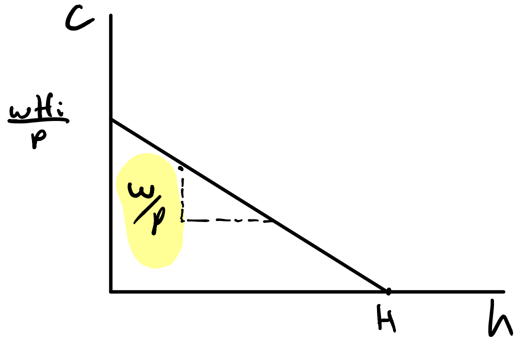
$$\boxed{h \leq H_i}$$



$$c = -\frac{w}{p}h + \frac{[wH_i + \sum \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)]}{p}$$

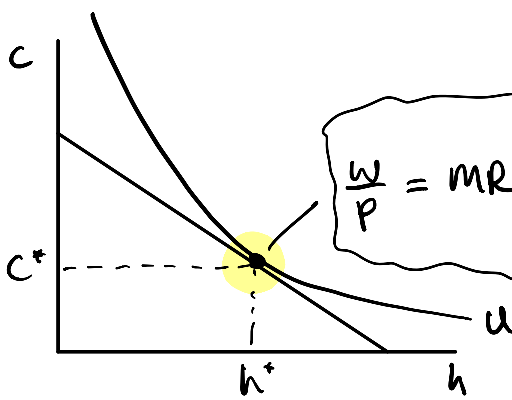
individuo con acciones:

$$\frac{\sum \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)}{p} > 0$$



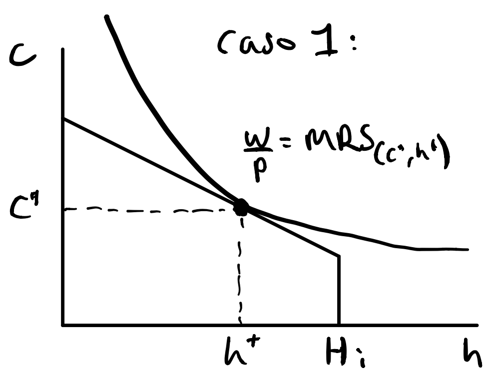
$$c = -\frac{w}{p}h + \frac{wH_i}{p}$$

individuo sin acciones: $\theta_{ij} = 0 \quad \forall j \in \{1, \dots, J\}$.

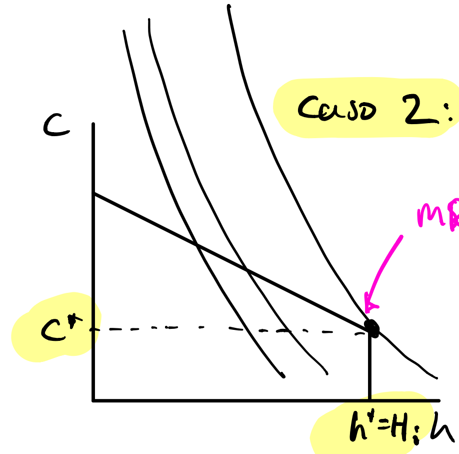


$$\frac{w}{p} = MRS_{(c^*,h^*)} = \frac{\frac{\partial u(c^*,h^*)}{\partial h}}{\frac{\partial u(c^*,h^*)}{\partial c}}$$

caso 1:



caso 2:



$$\mathcal{L} = u_i(c,h) + \lambda\left[wH_i + \sum_j \theta_{ij}\,\pi_j^*(w,p) - wh - pc\right]$$

Cond. primer orden:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} &= \frac{\partial u_i(c,h)}{\partial c} - \lambda p = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} &= \frac{\partial u_i(c,h)}{\partial h} - \lambda w = 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \lambda p &= \frac{\partial u_i(c,h)}{\partial c} \quad (1) \\ \lambda w &= \frac{\partial u_i(c,h)}{\partial h} \quad (2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = wH_i + \sum_j \theta_{ij}\,\pi_j^*(w,p) - wh - pc = 0 \quad (3)$$

De (1) y (2):

$$\frac{\cancel{\lambda} w}{\cancel{\lambda} p} = \frac{\dfrac{\partial u_i(c,h)}{\partial h}}{\dfrac{\partial u_i(c,h)}{\partial p}} \Rightarrow \boxed{\underbrace{\frac{w}{p}}_{\text{pendiente de la restricción presupuestal.}} = \underbrace{\frac{\dfrac{\partial u_i(c^*,h^*)}{\partial h}}{\dfrac{\partial u_i(c^*,h^*)}{\partial c}}}_{MRS(c^*,h^*)}} \quad (*)$$

De (3):

$$\boxed{pc^* + wh^* = wH_i + \sum_j \theta_{ij}\,\pi_j^*(w,p)} \quad (**)$$

Tenemos 2 ecuaciones $(*)$, $(**)$ con dos incógnitas: c^*, h^*.

Al resolver obtengo: $c^*(w,p)$, $h^*(w,p)$.

Dado que $n = H_i - h \Rightarrow \underbrace{n^*(w,p) =}_{\text{oferta laboral.}} H_i - h^*(w,p)$

Ej: $u_i(c,h) = \gamma \ln h + \ln c$ ← γ: parámetro de cuánto valora el individuo el ocio

$$\mathcal{L} = \gamma \ln h + \ln c + \lambda\left(wH_i + \sum_j \theta_{ij}\,\pi_j^*(w,p) - pc - wh\right)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial h} = \frac{\gamma}{h}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial c} = \frac{1}{c} \quad \Rightarrow \quad \frac{w}{p} = \frac{\gamma/h}{1/c} = \frac{\gamma c}{h}$$

$$\boxed{\frac{w}{p} = \frac{\gamma c}{h}} \quad (1) \qquad \boxed{pc + wh = wH_i + \sum_j \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)} \quad (2)$$

$$c = \frac{wh}{\gamma p}$$

$$\cancel{p}\left(\frac{wh}{\gamma \cancel{p}}\right) + wh = wH_i + \sum_j \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)$$

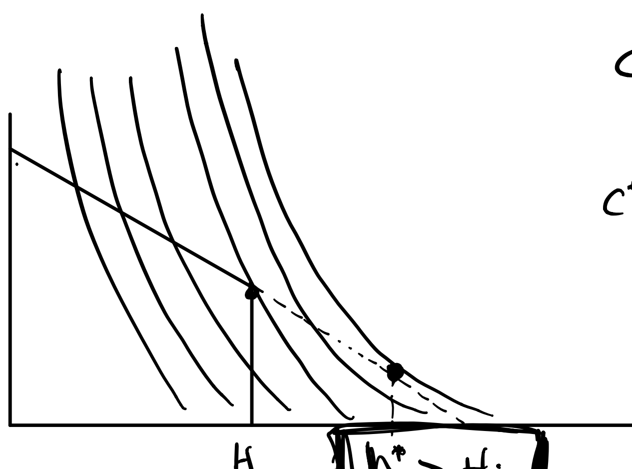
$$\frac{wh}{\gamma} + wh = wh\left[\frac{1}{\gamma}+1\right] = wh\left[\frac{1+\gamma}{\gamma}\right] = wH_i + \sum_j \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)$$

$$h^*(w,p) = \frac{\gamma}{w(1+\gamma)}\left[wH_i + \sum_j \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)\right]$$

$$\boxed{h^*(w,p) = \min\left\{\frac{\gamma H_i}{(1+\gamma)} + \frac{\gamma}{1+\gamma}\sum_j \theta_{ij}\frac{\pi_j(w,p)}{w},\ H_i\right\}}$$

Asumiendo que no hay soluciones de esquina:

$$h^*(w,p) = \frac{\gamma H_i}{(1+\gamma)} + \frac{\gamma}{1+\gamma}\sum_j \theta_{ij}\frac{\pi_j(w,p)}{w}$$



$$\boxed{h^* > H_i}$$

$$c = \frac{wh}{\gamma p}$$

$$c^*(w,p) = \frac{w}{\gamma p}\left[\frac{\gamma H_i}{1+\gamma} + \frac{\gamma}{1+\gamma}\sum_j \theta_{ij}\frac{\pi_j^*(w,p)}{w}\right]$$

$$C^*(w,p) = \frac{w\cancel{\gamma}H_i}{\cancel{\gamma}p(1+\gamma)} + \frac{\cancel{w\gamma}}{\cancel{\gamma}p(1+\gamma)} \sum_i \theta_{ij} \frac{\pi_i^*(w,p)}{\cancel{w}}$$

$$\boxed{C^*(w,p) = \frac{wH_i}{p(1+\gamma)} + \frac{1}{p(1+\gamma)} \sum_i \theta_{ij}\, \pi_i^*(w,p)}$$

$$\underline{n^*(w,p)} = \underline{H_i} - \underline{h^*(w,p)}$$

función de oferta laboral.

$$\Rightarrow \boxed{n^*(w,p) = H_i - \frac{\gamma H_i}{(1+\gamma)} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \sum_i \theta_{ij} \frac{\pi_i(w,p)}{w}}$$

$$C^*(w,p) = \left(\frac{1}{p(1+\gamma)}\right) \underbrace{\left[wH_i + \sum_j \theta_{ij}\, \pi_i^*(w,p)\right]}_{\text{Riqueza.}}$$

$$h^*(w,p) = \left(\frac{\gamma}{w(1+\gamma)}\right) \overbrace{\left[wH_i + \sum_i \theta_{ij}\, \pi_j^*(w,p)\right]}$$

Funciones de demanda por consumo y ocio.

$$u(c_1, c_2) = c_1^{\alpha} c_2^{\beta}$$

$$\hookrightarrow c_1^* = \frac{\alpha}{p_1(\alpha+\beta)} (\text{riqueza})$$

$$c_2^* = \frac{\beta}{p_2(\alpha+\beta)} (\text{riqueza})$$

$$u(c,h) = \ln c + \gamma \ln h$$
$$= \ln c + \ln h^{\gamma}$$
$$= \ln c \cdot h^{\gamma}$$
$$u(c,h) = c^1 h^{\gamma}$$

Propiedad: funciones de demanda $C^*(w,p)$, $h^*(w,p)$ y la función de oferta laboral son homogéneas de grado 0.

$$C^*(\cancel{\phi} w, \cancel{\phi} p) = \left(\frac{1}{\cancel{\phi} p(1+\gamma)}\right)\left[\cancel{\phi} w H_i + \sum_j \theta_{ij} \underbrace{\pi_j^*(\cancel{\phi} w, \cancel{\phi} p)}_{\phi \pi_j^*(w,p)}\right]$$

$$= \left(\frac{1}{\cancel{\phi} p(1+\gamma)}\right)\left[\cancel{\phi} w H_i + \cancel{\phi} \sum_j \theta_{ij} \pi_j^*(w,p)\right]$$

$$= \left(\frac{1}{p(1+\gamma)}\right)\left[w H_i + \sum_j \theta_{ij} \pi_j^*(w,p)\right] = C^*(w,p)$$

$$\Rightarrow \boxed{C^*(\phi w, \phi p) = C^*(w,p)}, \quad \boxed{h^*(\phi w, \phi p) = h^*(w,p)}$$

$$\boxed{n^*(\phi w, \phi p) = n^*(w,p)}$$

Equilibrio competitivo:

Un eq. competitivo son precios w^*, p^*, y unas cantidades $\{y_j^*, l_j^*, \pi_j^*\}_{j=1}^J$ de las firmas y cantidades $\{c_i^*, h_i^*, n_i^*\}_{i=1}^I$ de los consumidores tal que:

① Dados w^*, p^*, las cantidades de firmas y consumidores son óptimas:

$$c_i^* = c_i^*(w^*, p^*)$$
$$h_i^* = h_i^*(w^*, p^*)$$
$$n_i^* = n_i^*(w^*, p^*)$$
$$y_j^* = y_j^*(w^*, p^*)$$
$$l_j^* = l_j^*(w^*, p^*)$$
$$\pi_j^* = \pi_j^*(w^*, p^*)$$

② mercados de bienes y servicios y laboral se vacían:

2 ecuaciones en 2 incógnitas: w^*, p^*

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{I} c_i^*(w^*,p^*)}_{\text{consumo total}} = \underbrace{\sum_{j=1}^{J} y_j^*(w^*,p^*)}_{\text{producción total}}$$

condición de vaciamiento mdo de bienes + servicios

← ecuación en w^*, p^*.

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{I} n_i^*(w^*,p^*)}_{\text{oferta laboral}} = \underbrace{\sum_{j=1}^{J} l_j^*(w^*,p^*)}_{\text{demanda laboral}}$$

vaciado de mercado laboral.

← ecuación en w^*, p^*

$c^*(w,p)$, $y^*(w,p)$, $n^*(w,p)$, $l^*(w,p)$ son homogéneas de grado 0!

Es decir, si (w^*,p^*) solucionan este sistema de 2 ecuaciones $\Rightarrow$ $(\phi w^*, \phi p^*)$ también lo van a solucionar, para cualquier ϕ.

Es decir, el sistema tiene infinitas soluciones.

Porque las dos condiciones de vaciamiento de mercado no son linealmente independientes. ← Ley de Walras.

$\Rightarrow$ se debe normalizar uno de los dos precios para que el sistema tenga una única solución.

Generalmente, se normaliza $p=1$ y se dice que el bien de consumo c es el bien "numerario".

Pasos para resolver un equilibrio:

① Resolver problema de la firma: $y^*(w,p)$, $l^*(w,p)$, $\pi^*(w,p)$

② Resolver problema del consumidor: $c^*(w,p)$, $h^*(w,p)$, $n^*(w,p)$.

③ Normalizar $(p=1)$.

④ Escribir condiciones de vaciamiento de mercado $\Rightarrow$ encontrar w^*.

Ejemplo:

Supongamos que hay I individuos, J firmas.

Hogares son idénticos y las firmas son idénticas.

Equilibrio general:

$$F(\ell) = A\ell^{1-\alpha} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \ell_i^*(w) &= \left[\frac{(1-\alpha)A_i}{w}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \\ y_i^*(w) &= A_i\left[\frac{(1-\alpha)A_i}{w}\right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \\ \pi_j^*(w) &= \alpha A_j\left[\frac{(1-\alpha)A_i}{w}\right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \end{aligned}\right\} \text{decisiones óptimas de la firma.}$$

$$u(c,h) = \ln c + \gamma \ln h \Rightarrow \left.\begin{aligned} c_i^*(w) &= \frac{wH}{1+\gamma} + \frac{1}{1+\gamma}\sum_j \theta_{ij}\pi_i^*(w) \\ n_i^*(w) &= \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\sum_j \theta_{ij}\frac{\pi_j^*(w)}{w} \\ h_i^*(w) &= \frac{\gamma H}{1+\gamma} + \frac{\gamma}{1+\gamma}\sum_j \theta_{ij}\frac{\pi_j^*(w)}{w} \end{aligned}\right\} \text{decisiones óptimas del consumidor.}$$

Vaciado de los mercados:

$$\sum_{i=1}^{I}\left[\frac{wH}{1+\gamma} + \frac{1}{1+\gamma}\left(\sum_j \theta_{ij}\pi_j(w)\right)\right] = \sum_{j=1}^{J} A_j\left[\frac{(1-\alpha)A_i}{w}\right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

bienes + servicios

$$\sum_{i=1}^{I} \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\left[\sum_j \theta_{ij}\frac{\pi_j^*(w)}{w}\right] = \sum_{j=1}^{J}\left[\frac{(1-\alpha)A_i}{w}\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

mercado laboral.